◎ 指数計算

べき乗または累乗（るいじょう）と呼ばれる。同じもののかけ算する回数を右上に小さく書く。例えば、$a \times a \times a$ は、a を 3 回かけ算しているので、a^3 と書き表す。同じように、$b \times b \times b \times b \times b$ は、$\boxed{\quad}$ と書き表す。

右上に小さく書かれた指数について、次のルールがある。

例 1 $x^0 = 1$

例 2 $x^m \times x^n = x^{m+n}$ $x^2 \times x^3 =$

例 3 $x^{-m} = \frac{1}{x^m}$ $x^5 \times x^{-3} =$

例 4 $(x^m)^n = x^{m \times n}$ $(x^3)^4 =$

例 5 $(xy)^m = x^m \times y^m$ $(4x)^2 =$

例 6 $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$, $x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$ $x^{\frac{1}{2}} \times x^{\frac{1}{2}} =$

【練習問題】 次の計算をしなさい。

(1) $a^3 \times a^5 =$

(2) $a^7 \times a^9 =$

(3) $b^{-7} \times b^3 =$

(4) $x^5 \times x^{-8} \times x^6 =$

(5) $(a^4)^2 =$

(6) $x^5 \times (x^2)^4 =$

(7) $3x^3 \times 4x^2 =$

(8) $(4x)^2 \times (-3x) =$

(9) $21k^5 \div 7k^2 =$

(10) $20x^2y \div 10x^2 =$

(11) $-2x^3 \times 5x^3 \times (-3x)^2 =$

(12) $3ab^3 \times 4a^2b \div 4ab =$

(13) $5x^5 \times 4x^4y^5 =$

(14) $8a^4b^3c^5 \div (-2a^2b^2c^2) =$

(15) $3x^3y^4 \times (-2x^3y^5) \times 3x^2 =$

(16) $(-3x)^3y^4 \times 2x^5y^2 =$

◎ 対数計算

$y = a^x$ $(a>0, a\neq1, y>0)$ が成り立つとき、指数 x は a を底とする y の対数といい、$x = log_a y$ と表す。言い換えると $log_a y$ は a を何乗すれば y になるかという計算である。

次のルールがある。$x>0, x\neq1, a>0, a\neq1, y>0, z>0$ とする。

例 1　$log_x yz = log_x y + log_x z$

例 2　$log_x \frac{y}{z} = log_x y - log_x z$　より　$log_x \frac{1}{z} = -log_x z$

例 3　$log_x y^m = m\,log_x y$

例 4　$log_x y = \frac{log_a y}{log_a x}$

【練習問題】　次の計算をしなさい。

(1) $log_2 32 =$

(2) $log_3 81 =$

(3) $log_2 8 + log_2 16 =$

(4) $log_4 2 + log_4 8 =$

(5) $log_3 243 - log_3 27 =$

(6) $log_6 72 - log_6 2 =$

(7) $\frac{2}{3} log_3 27 =$

(8) $8\,log_3 \sqrt{27} =$

(9) $log_3 5 \times log_5 81 =$

(10) $log_2 7 \div log_8 7 =$

【練習問題】　次の問いに答えよ。$log_{10}2=0.3010$、$log_{10}3=0.4771$ とする。

(1) 4^{28} のけた数を求めよ。

100≦X＜1000 の X が整数のとき、この X は 3 けたである。10 を底とする対数(常用対数)をとると次のようになる。

$log_{10}100 \leqq log_{10}X < log_{10}1000$　→　$log_{10}10^2 \leqq log_{10}X < log_{10}10^3$　→　$2 \leqq log_{10}X < 3$

例えば、$log_{10}X$ が 5.4 のとき、$5 \leqq log_{10}X < 6$ であるから、この X は 6 けたであることがわかる。

けた

(2) 27^{12} のけた数を求めよ。

けた

数学の基礎練習問題　　　　年次　　組　　番・氏名

【1】次の計算をしなさい。

(1) $x^6 \times 3x^3 =$

(2) $x^{12} \times x^6 =$

(3) $c^5 \times c^{-2} =$

(4) $(d^6)^7 =$

(5) $(w^3 \times w^4)^4 \times w^2 =$

(6) $(-2a)^3 \times (3a)^2 =$

(7) $(3x^4)^3 \times 4x^3 =$

(8) $10x^3y^5 \div 5xy^3 =$

【2】次の計算をしなさい。電卓は使わないこと。

(1) $log_2 128 =$

(2) $log_2 4 + log_2 8 =$

(3) $log_4 256 - log_4 16 =$

(4) $log_3 81^5 =$

(5) $log_4 5 \times log_5 64 =$

(6) $log_3 8 \div log_9 8 =$

【3】次の問いに答えよ。$log_{10}2=0.3010$、$log_{10}3=0.4771$ とする。

(1) 27^{20} のけた数を求めよ。電卓は使わないこと。

けた

(2) マークを分類するのに 1 番から整数の通し番号をつける。マークが 600 種類あるとき、必要なビット数を求めよ。

マークが 10 種類の時、0 番から 9 番までとなる。2 進数で表すと最大の 9 が $1001_{(2)}$となるので 4 ビット必要となる。X 種類のとき、最大の番号は X－1 番となる。この X－1 番を 2 進数で表すと必要なビット数が求まる。2 進数は 1 ビットで 2^1、2 ビットで $2^2=4$、というようにビット数を 2 の指数にして求めることができる。$2^{n-1} \leqq X-1 < 2^n$ より n を求めれば n ビット必要とわかる。

ここで、2 を底とする対数をとると次のようになる。

$$log_2 2^{n-1} \leqq log_2(X-1) < log_2 2^n \quad \rightarrow \quad n-1 \leqq log_2(X-1) < n$$

ビット

(3) ある会の会員数が 180 万人であるとき、会員番号に必要なビット数を求めよ。会員番号は 1 番からとする。

ビット