◎ 順列・組合せ

順列とは、n 個の互いに区別のつくものから r 個取り出して、ある順序に並べたものを順列といい、そのような取り出し方が全部で何通りあるかを求める。取り出したものを順番に並べない場合を組合せという。

例 1　A, B, C, D, E の 5 人から 2 人選んで一列に並べる場合。(順列)

1 番	A	A	A	A	B	B	B	B	C	C	C	C	D	D	D	D	E	E	E	E
2 番	B	C	D	E	A	C	D	E	A	B	D	E	A	B	C	E	A	B	C	D

表のとおり、20 通りある。

1 番は 5 人いるから選び方は 5 通りある。A を 1 番として選ぶと、2 番は B, C, D, E の 4 人から選ぶことになるので、4 通りとなる。つまり、順列は 5×4=20 と計算できる。

例 2　A, B, C, D, E の 5 人から 2 人選ぶ場合。(組合せ)

~~1 番~~	A	A	A	A	~~B~~	B	B	B	~~C~~	~~C~~	C	C	~~D~~	~~D~~	~~D~~	D	~~E~~	~~E~~	~~E~~	~~E~~
~~2 番~~	B	C	D	E	~~A~~	C	D	E	~~A~~	~~B~~	D	E	~~A~~	~~B~~	~~C~~	E	~~A~~	~~B~~	~~C~~	~~D~~

順番は考えないので、A, B と取り出しても B, A と取り出しても同じである。

組合せは、5×4÷2=10 と計算できる。

一般的に、n 個のものから r 個取り出して順番に並べる、順列は次の式で求められる。

$$\text{順列} \qquad {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

また、n 個のものから r 個取り出す組合せは次の式で求められる。

$$\text{組合せ} \qquad {}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

【練習問題】次の計算をしなさい。

(1)　$5! = 5\times4\times3\times2\times1 = 120$

(2)　$8!\div6! = 56$

(3)　${}_{10}P_5 = 10!\div(10-5)! = 10\times9\times8\times7\times6 = 30240$

(4)　${}_{10}C_5 = 10!\div((10-5)!\times5!) = 252$

(5)　${}_7P_3 = 7!\div3! = 210$

(6)　${}_6C_4 = 15$