

ベクトル [P.77]

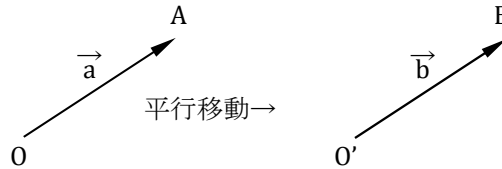
年次 組 番・氏名

ノート

○ ベクトル

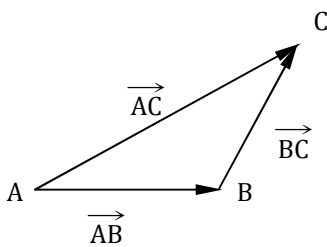
大きさと向きを持つ量を といい、大きさだけを持つ量を という。

ベクトルは、矢印の長さと同じ向きで表される(下図)。点 O を 、点 A を という。このベクトルは \vec{OA} と表し、ベクトル OA と読む。一つの文字で表すときは、 \vec{a} のように表す。ベクトルの大きさだけを表すときは、 $|\vec{OA}|$ 、 $|\vec{a}|$ のように表す。



ベクトル $\vec{O'B}$ は、 \vec{OA} を平行移動したものである。異なった場所に示されているが、大きさと向きは同じであるから、この二つのベクトルは 。これを $\vec{a} = \vec{b}$ と表す。

○ ベクトルの和



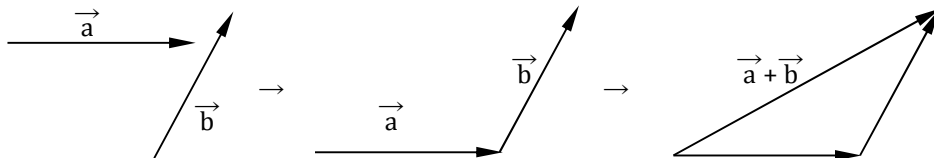
左図のように、 \vec{AB} の終端から \vec{BC} をかき、点 A と点 C を結んだ \vec{AC} を \vec{AB} と \vec{BC} の という。

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

逆に、 \vec{AC} は \vec{AB} と \vec{BC} の二つのベクトルに分けることができたことになる。これを という。

○ ベクトルの作図

ベクトルは、 と を変えなければ移動させることができる。二つのベクトル \vec{a} と \vec{b} の和を作図するには、ベクトル \vec{a} の終点にベクトル \vec{b} の始点が重なるように作図し、ベクトル \vec{a} の始点とベクトル \vec{b} の終点を結ぶと、ベクトル $\vec{a} + \vec{b}$ が作図できる。



\vec{a} と \vec{b} は逆にしてもよい。 \vec{b} の終点に \vec{a} の始点を書いてよい。

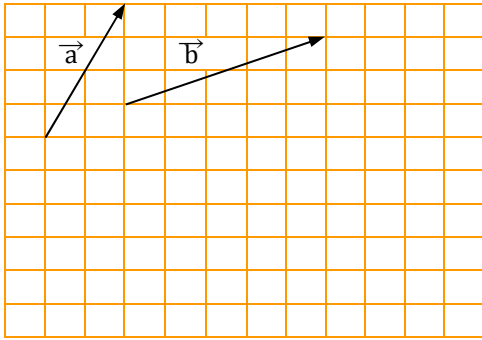
$\vec{a} + \vec{b}$ と \vec{a} が図示されていて、 $\vec{a} + \vec{b}$ を \vec{a} と \vec{b} に分解する \vec{b} を作図するとき、 $\vec{a} + \vec{b}$ の始点と \vec{a} の始点が重なるように作図し、 $\vec{a} + \vec{b}$ の終点と \vec{a} の終点を結ぶとベクトル \vec{b} が作図できる。

ベクトル1

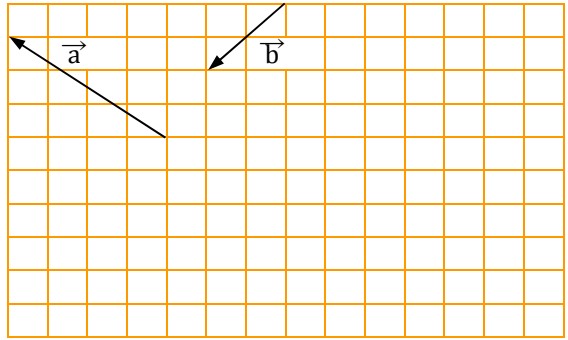
年次 組 番・氏名

【1】ベクトル \vec{a} と \vec{b} の和 \vec{c} を作図せよ。

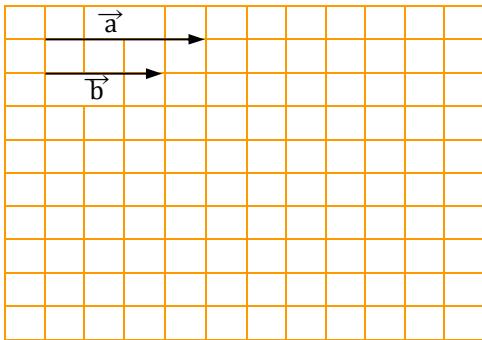
①



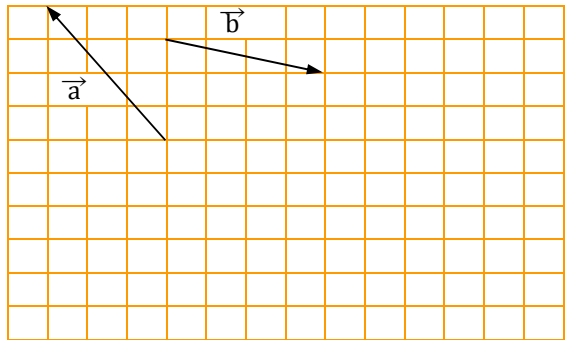
②



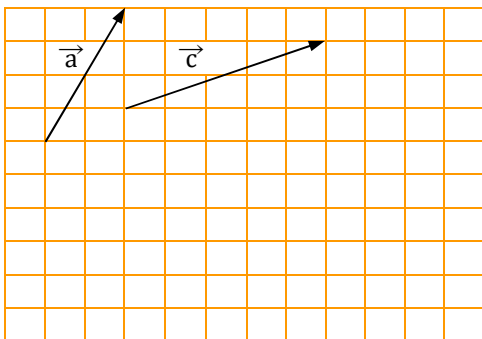
③



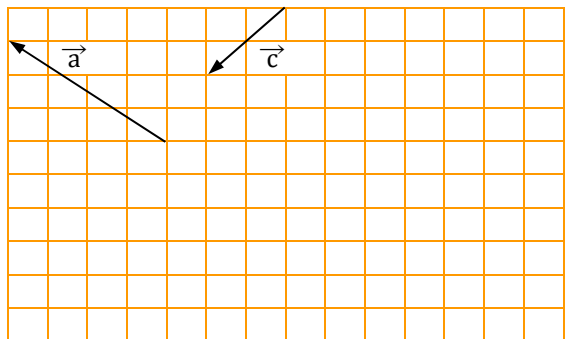
④

【2】ベクトル $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ において、ベクトル \vec{b} を作図せよ。

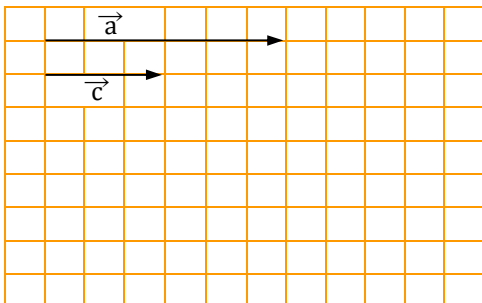
①



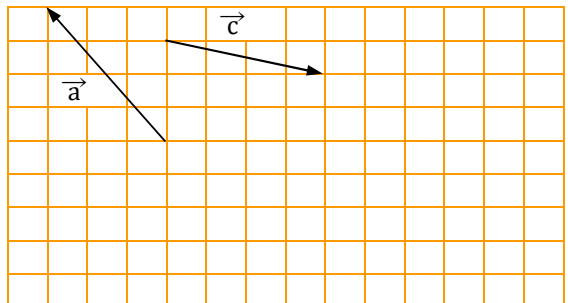
②



③



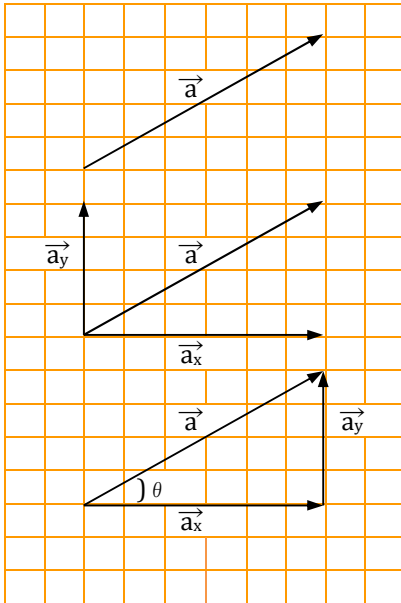
④



ベクトル [P.79]

年次 組 番・氏名

○ ベクトルの成分

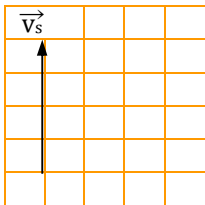


ベクトル \vec{a} について、始点を原点(0,0)と考えると終点の座標は(,)となる。この座標は、水平方向に、鉛直方向にの位置を示している。

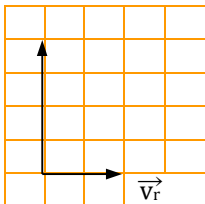
ベクトル \vec{a} に、水平方向と鉛直方向のベクトルを書き加えると左図のようになる。ベクトル \vec{a} は、ベクトル \vec{a}_x と \vec{a}_y のであり、ベクトル \vec{a} は、方向の成分 \vec{a}_x と方向の成分 \vec{a}_y に分解できることになる。

さらに、鉛直方向の成分 \vec{a}_y を移動すると左図のように直角三角形ができるので、三角関数を使って辺の長さ、つまりベクトルの大きさを計算することができる。

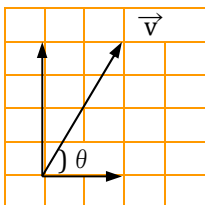
$$a_x = a \cdot \cos \theta \quad , \quad a_y = a \cdot \sin \theta \quad , \quad a^2 = a_x^2 + a_y^2$$



例えば、川の向こう岸にまっすぐ小舟を $v_s = 2\text{m/s}$ の速さで進める。ベクトルで図示すると鉛直方向の矢印となる。(1メモリ 0.5m/s)



この川の流速は小舟の進路に対して垂直で $v_r = 1\text{m/s}$ の速さである。ベクトルで図示すると水平方向の矢印となる。



小舟の進む方向は、この二つのベクトルの和となる。また、進む速さは、 $v = \sqrt{v_s^2 + v_r^2}$ により求めることができる。

$$v = \text{} \quad (\text{小数第3位まで})$$

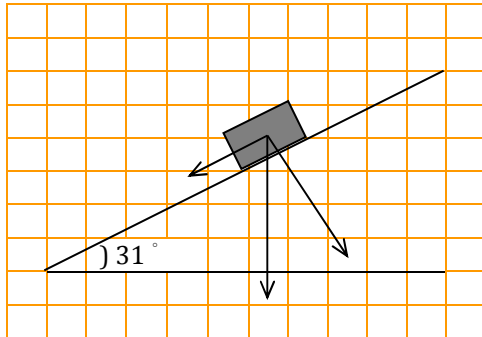
小舟は向こう岸に対して、 θ 度の方向へ進む。 θ を求める。

$$\tan \theta = \frac{2}{1} \quad \text{であるから、} \theta = \text{} \quad \text{で求められる。} \theta = \text{} \quad \text{度} \quad (\text{小数第3位まで})$$

ベクトル 2

年次 組 番・氏名

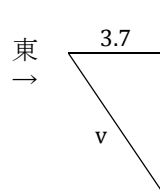
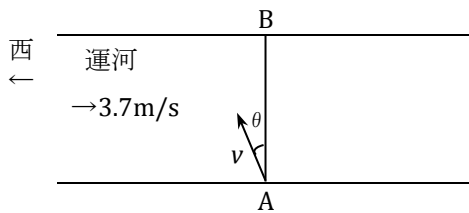
【3】 次のような斜面上に質量 25kg の荷物を置いた。この荷物が斜面を滑り落ちようとする力を求めよ。小数部がある場合は、小数第 2 位まで求めよ。



滑り落ちる方向は斜面と並行。

N

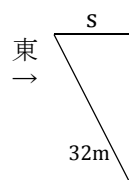
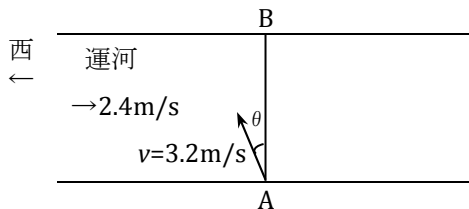
【4】 東西に流速 3.7m/s で流れている運河がある。モーターボートで図のように、A 地点から角度 θ (20°) の方向へ出発して B 地点に到着したい。モーターボートの速さ v をいくらにすればよいか求めよ。小数部がある場合は、小数第 2 位まで求めよ。



ヒント 1 秒後で考えると左のような三角形が考えられる。

m/s

【5】 東西に流速 2.4m/s で流れている運河がある。モーターボートで図のように、A 地点から角度 θ (30°) の方向へ速さ 3.2m/s で移動する。出発して 10 秒後に対岸に到着した。到着地点は B 点から西または東にいくら離れているか求めよ。小数部がある場合は、小数第 2 位まで求めよ。



10 秒後
を考える。 s
を求める。

運河に浮かんでいる
ただと、10 秒間で西
から東に $s_{10}=2.4\text{m/s} \times$
 10s だけ流される。

この距離と s を比べ
て答えを求める。

B 点から

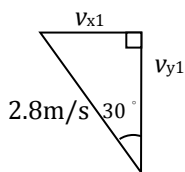
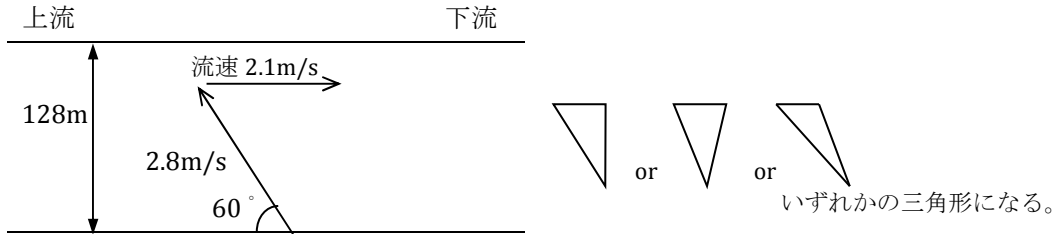
〜

m

ベクトル 3

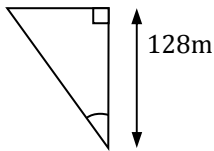
年次 組 番・氏名

【6】川幅が 128m の川を船で渡る。川の流は 2.1m/s の速さである。上流側に 30 度の方向に 2.8m/s の速さで進むと何秒後に対岸に到着するか、また、船の見かけの速さを求める。各設問に答えよ。小数部がある場合は四捨五入で第 3 位まで求めよ。



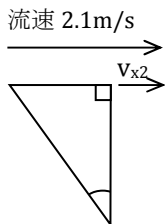
- ① 船の速さと進む方向から、水平方向の成分 v_{x1} と鉛直方向の成分 v_{y1} の速さを求める。

$$v_{x1} = \boxed{} \text{ m/s} \qquad v_{y1} = \boxed{} \text{ m/s}$$



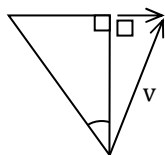
- ② 鉛直方向の成分 v_{y1} の速さと川幅から、対岸到着までに要する時間 t を求める。

$$\boxed{} \text{ s}$$



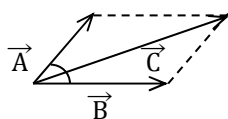
- ③ 流速と水平方向の成分 v_{x1} から、水平方向の成分 v_{x2} の速さを求める。

$$v_{x2} = \boxed{} \text{ m/s}$$



- ④ 鉛直方向の成分 v_{y1} と水平方向の成分 v_{x2} から、船の見かけの速さ v を求める。

$$v = \boxed{} \text{ m/s}$$

角度は θ

図のように直角三角形にならない場合、 $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ は次の式で求められる。(余弦定理)

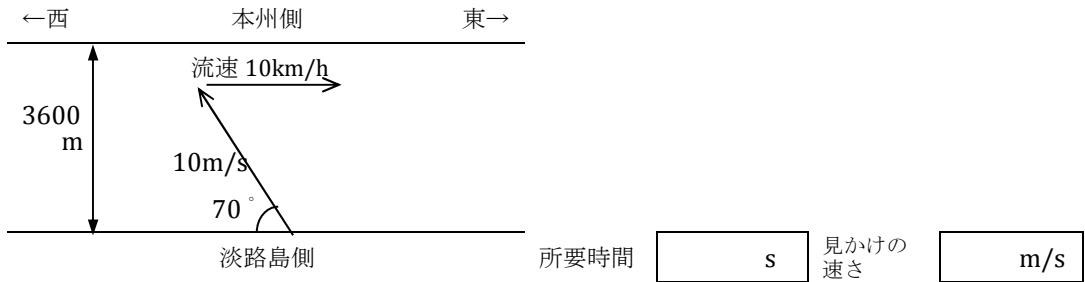
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

この問題【6】の場合、 $A=2.8\text{m/s}$ 、 $B=2.1\text{m/s}$ 、 $C=v$ (求めたい値)、 $\theta=120^\circ$ となる。この値より、 v を求めると、 $v = \sqrt{2.8^2 + 2.1^2 + 2 \times 2.8 \times 2.1 \times \cos 120^\circ} = 2.5238 \approx 2.524\text{m/s}$ となる。]

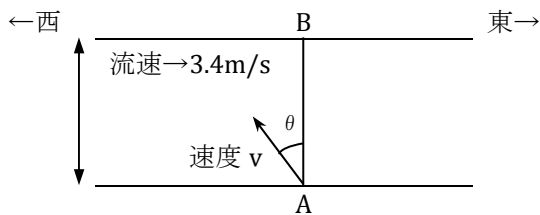
ベクトル4

年次 組 番・氏名

【7】ある海峡の幅は、最も狭い部分で 3600m ある。この部分の潮流(西→東)の速さを 10km/h としたとき、西側に 20 度の方向に 10m/s の速さで進むと何秒後に対岸に到着するか、また、船の見かけの速さを求めよ。小数部がある場合は四捨五入で第 3 位まで求めよ。



【8】図の川について、各設問に答えよ。小数部がある場合は四捨五入で第 3 位まで求めよ。



① 船を西側に 38° 傾けて、地点 A から出発させ、地点 B に到着するようにしたい。船の速度をいくりにするとよいか求めよ。

② 速度が 4.0m/s の船で地点 A から出発し、地点 B に到着するようにしたい。何度 θ 傾けて進むとよいか求めよ。

③ 前問の設定で、地点 A から地点 B までの直線距離が 1234m であるとき、到着するまでに要する時間を求めよ。