

方程式 (大学入試センター試験 2007)

年次 組 番・氏名

第1問 問1 二つの工場 A、B で生産している同じ原料物質すべてを、別の二つの工場 C、D に輸送することを考える。1 週間に A、B から送り出される物質の量は、それぞれ 11t、12t であり、C、D に送り込まれる物質の量は、それぞれ 14t、9t である。なお、以下では、「A から C への輸送ルート」を「A→C」と書き表す。

いま、各輸送ルートの 1 週間の輸送量を A→C では p [t]、A→D では q [t]、B→C では r [t]、B→D では s [t] とおく。このとき、次の式が成り立つ。

$$p+q=11 \quad \cdots\text{①}$$

$$r+s = \boxed{\text{ア}} \quad \cdots\text{②}$$

$$p+r=14 \quad \cdots\text{③}$$

$$q+s = \boxed{\text{イ}} \quad \cdots\text{④}$$

ここで、物質 1t 当たりの輸送費は A→C では 1 万円、A→D では 4 万円、B→C では 3 万円、B→D では 2 万円であるとする。1 週間の物質の輸送費 c [万円] は次の式で表せる。

$$c = p + 4q + 3r + 2s \quad (1)$$

このとき、 c を最小にするような p 、 q 、 r 、 s を求めてみよう。

まず、 q 、 r 、 s をそれぞれ p で表すと次のようになる。

$$q = 11 - p \quad \cdots\text{⑤}$$

$$r = 14 - p \quad \cdots\text{⑥}$$

$$s = \boxed{\text{ウ}} \quad \cdots\text{⑦}$$

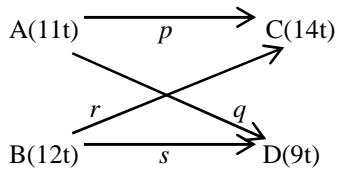
これらを式(1)に代入すると、 $c = -4p + 82$ が得られる。一方、輸送量 p 、 q 、 r 、 s はいずれも 0 以上であることから、 p がとりうる値の範囲は次のとおりである。

$$2 \leq p \leq \boxed{\text{エ}}$$

よって、 c は $p = \boxed{\text{エ}}$ のとき最小になる。このとき、 $q = \boxed{\text{オ}}$ 、 $r = \boxed{\text{カ}}$ 、 $s = 9$ である。

- | | | | | | | | | |
|--|------------|-------|--------|--------|--------|-----------|-----------|------------|
| $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{カ}}$ | (0) 0 | (1) 1 | (2) 2 | (3) 3 | (4) 4 | (5) $p+2$ | (6) $p-2$ | (7) $-p+2$ |
| | (8) $-p-2$ | (9) 9 | (a) 11 | (b) 12 | (c) 14 | | | |

解説 図を描いて整理するとイメージしやすい。



A の 11t は p と q に分かれるから $p+q=11$ 、B の 12t は r と s に分かれるから $r+s=12$ 、C の 14t は p と r から来るので $p+r=14$ 、D の 9t は q と s から来るので $q+s=9$ となる。

ア b イ 9

1 週間の物質の輸送費 c [万円] が最小になるようにするには、式(1)を解く必要がある。4 つの変数のうち一つに注目して解く。問題では p に注目する。 q は式①から式⑤のように求められる。 r は式③から式⑥のように求められる。 s は式②または④から求められるここでは、式②($r+s=12$)から求める。アが答えられないとできないが。

$$s = 12 - r \quad r \text{ を右辺に移項する。}$$

$$s = 12 - (14 - p) \quad \text{式⑥}(r = 14 - p) \text{を代入する。}$$

$$s = 12 - 14 + p$$

$$s = p - 2 \quad \text{ウ 6}$$

「式(1)に代入すると $c = -4p + 82$ が得られる。」とある。求めてみよう。

$$c = p + 4q + 3r + 2s$$

$$c = p + 4(11 - p) + 3(14 - p) + 2(p - 2)$$

$$c = p + 44 - 4p + 42 - 3p + 2p - 4 = p - 4p - 3p + 2p + 44 + 42 - 4$$

$$c = -4p + 82$$

次に、問題では p の取りうる範囲を求めている。A 工場では 1 週間で 11t 生産しているの
で、 $0 \leq p \leq 11$ である。つまり、 p (C 工場)に送り出さない、から、全部送り出す、の範囲と
なる。しかし、B 工場から r へ 12t すべて送り出しても C 工場で受け取る 14t には 2t 足ら
ない。したがって、A 工場からは最低 2t を C 工場に送り出さなければならない。結果、 p
の範囲は、 $2 \leq p \leq 11$ となる エ a

$c = -4p + 82$ の c が最小になるためには、82 から減じる $4p$ が大きければよい。 p の最大は
11 であるから $c = -4 \times 11 + 82 = -44 + 82 = 38$ が求められる。輸送費は 38 万円となる。

求められた p を式⑤⑥に代入すると q と r が求められる。

$$q = 11 - p = 11 - 11 = 0 \quad \text{オ 0}$$

$$r = 14 - p = 14 - 11 = 3 \quad \text{カ 3}$$